

# ISA

INSTITUTO SUPERIOR  
DE  
AGRONOMIA

## OPERAÇÕES UNITÁRIAS I

Jorge Gominho

U LISBOA | UNIVERSIDADE  
DE LISBOA

INSTITUTO  
SUPERIOR DE  
AGRONOMIA

2023



# ISA

## Propriedades e mistura de sólidos particulados

# 1. Propriedades e mistura de sólidos particulados

O conhecimento do tamanho e da distribuição do tamanho de partícula é um pré-requisito fundamental para muitas operações de produção e processamento envolvendo sistemas de materiais particulados.

O tamanho da partícula tem uma influência direta nas propriedades do material, tais como:

- reatividade ou taxa de dissolução,
- estabilidade em suspensão,
- textura,
- aparência,
- fluidez e manuseamento,
- viscosidade,
- densidade e porosidade de empacotamento.



## 1.1 Caracterização de uma partícula sólida

As partículas sólidas individuais caracterizam-se pela sua:

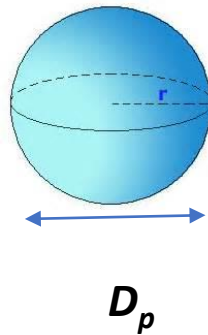
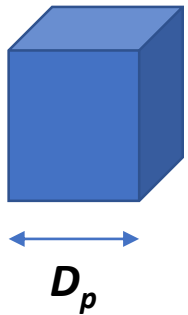
- **Dimensão**
- **Forma**
- **Densidade:** sólidos homogéneos  $\Rightarrow \rho = \text{constante}$ ;  
sólidos heterogéneos  $\Rightarrow \rho = \text{variável}$ ;

Os sólidos homogéneos dão origem a partículas com a mesma densidade do material original. Quando um sólido é um compósito, as partículas obtidas possuem geralmente densidades diferentes e também diferente densidade do material original.

- **Dimensão**

***Partículas sólidas***

O tamanho da partícula indica o quanto uma partícula é pequena (ou grande).  
A unidade é geralmente mm,  $\mu\text{m}$  ou nm.



**No caso de uma partícula com forma regular** (esfera, cubo, octaedro, tetraedro, etc.) haverá uma dimensão característica em termos da qual a partícula fica totalmente definida

caracterizada pelo  $D_p$  (esfera – diâmetro; cubo – lado)



## ***Não equidimensionais***

Na generalidade dos casos, as partículas não têm forma regular.

As partículas **são objetos tridimensionais** não podem ser totalmente descritas por uma única dimensão linear, como raio ou diâmetro.

As partículas com formatos irregulares necessitam para a quantificação do seu tamanho mais de que uma medida

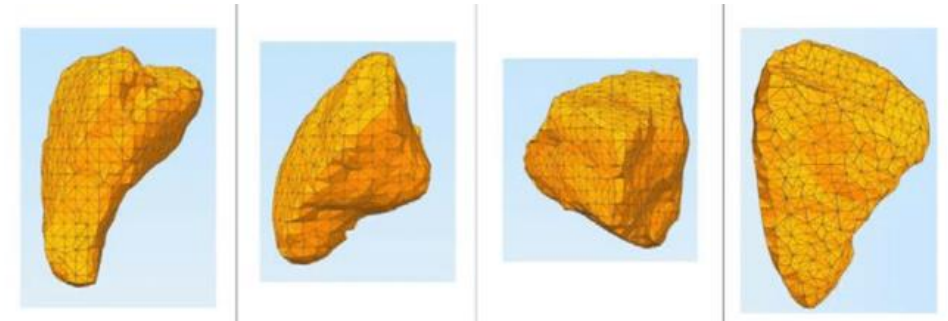
**Para expressar o tamanho num único número:**

**Uma dimensão deverá ser arbitrariamente escolhida**

**Caracterizada pelo 2ª maior dimensão**

**Caracterizada pela média das 3 dimensões**

**Diâmetro equivalente**



**Tamanhos equivalentes** de partículas são dimensões equivalentes hipotéticas que podem ser atribuídas a uma **partícula modelo** com o mesmo **volume** ou **superfície**.

Existem diferentes tipos de diâmetros de partículas equivalentes

**Diâmetro volumétrico** - Diâmetro da esfera que possui o mesmo volume do que a partícula de forma irregular

$$D_V = \left( \frac{6V}{\pi} \right)^{1/3} \quad V_{esf} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi}{6} D^3$$

**Diâmetro superficial** - Diâmetro da esfera que possui mesma área superficial do que a partícula

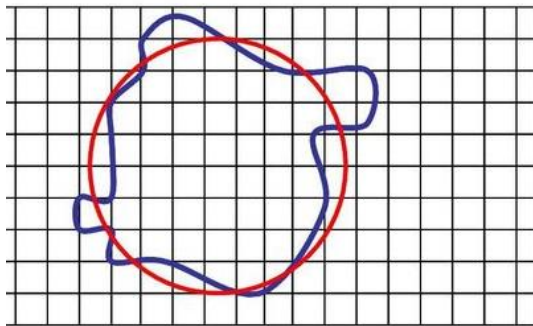
$$D_S = \left( \frac{S}{\pi} \right)^{1/2} \quad S_{esf} = 4\pi r^2 = \pi D^2$$

**Diâmetro de Stokes** - Diâmetro da esfera do mesmo material que, em queda livre no mesmo meio e em regime laminar, atinge a mesma velocidade terminal do que a partícula

$$D_{St} = \left[ \frac{18 v_T \mu}{(\rho_p - \rho_f) g} \right]^{1/2}$$

**Diâmetro projectado** - Diâmetro da esfera que projecta uma imagem com a mesma área do que a partícula assente na sua posição mais estável

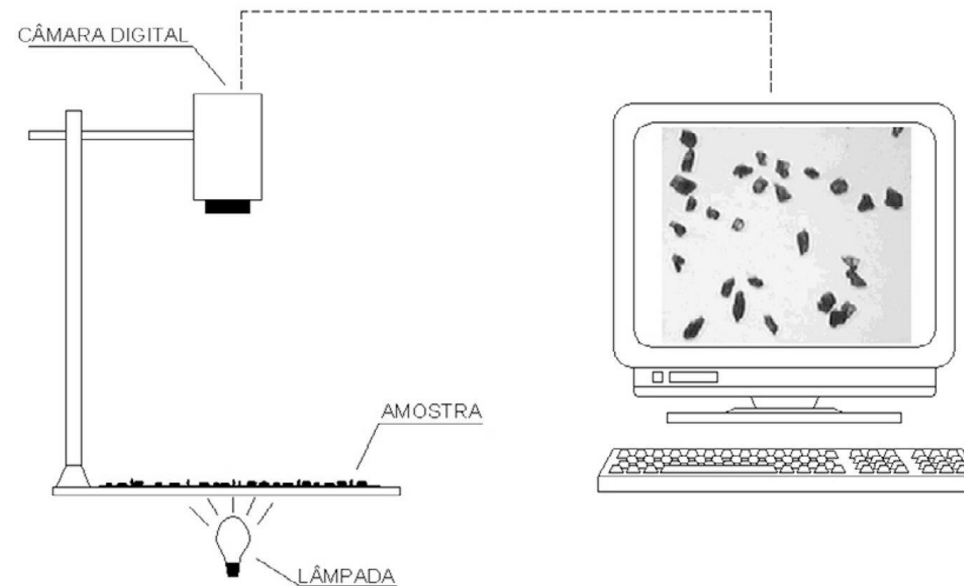
É o diâmetro de uma esfera que representa área projetada igual a da partícula que se deseja caracterizar. Esta medida depende da orientação da partícula no momento em que é medida (diferentes diâmetros equivalentes serão obtidos)



Projeção de uma partícula irregular (traço azul).

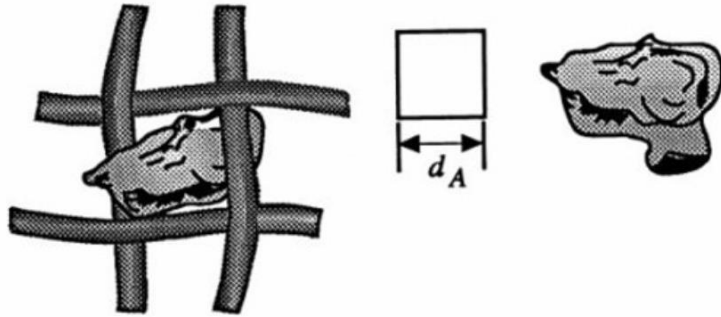
Se a área desta projeção for estabelecida, é possível estimar o diâmetro de um círculo equivalente (figura em linha vermelha).

$$D_a = \left( \frac{4A}{\pi} \right)^{1/2}$$





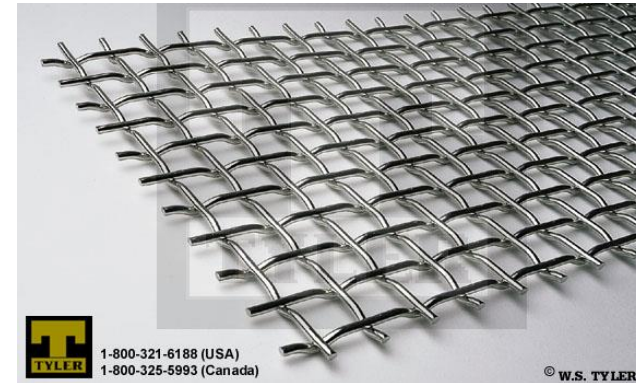
**Diâmetro do crivo**- Diâmetro da maior esfera que passa pela menor abertura quadrada através da qual passa a partícula




Nota: os crivos são especificados, pelo Mesh, que é o numero de aberturas em cada polegada linear.



 1-800-321-6188 (USA)  
1-800-325-5993 (Canada)



 1-800-321-6188 (USA)  
1-800-325-5993 (Canada)

© W.S. TYLER

**Exemplos**

Considere um cilindro com 100  $\mu\text{m}$  de altura e 20  $\mu\text{m}$  de diâmetro.

a) **Determine o diâmetro equivalente volumétrico ( $D_v$ )**

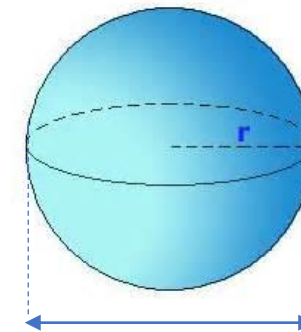
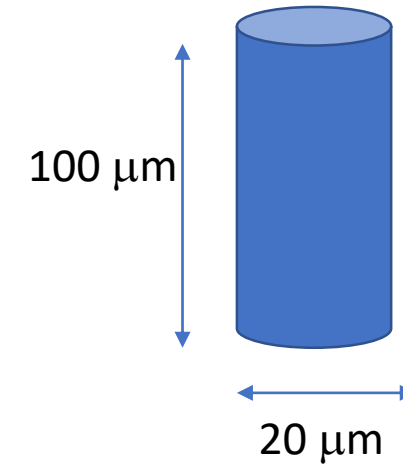
$$V = \frac{\pi D^2}{4} h = \frac{\pi 20^2}{4} 100 = 31515.16 \mu\text{m}^3$$

$$D_v = \left( \frac{6V}{\pi} \right)^{1/3} = \left( \frac{6 \times 31515.16}{\pi} \right)^{1/3} = 39.15 \mu\text{m}$$

b) **Diâmetro equivalente superficial ( $D_s$ )**

$$S = \pi D h + \frac{\pi D^2}{4} 2 = (\pi \times 20 \times 100) + \frac{\pi 20^2}{4} 2 = 6911.35 \mu\text{m}^2$$

$$D_s = \left( \frac{S}{\pi} \right)^{1/2} = \left( \frac{6911.35}{\pi} \right)^{1/2} = 46.9 \mu\text{m}$$



$D_v = 39.2 \mu\text{m}$

$D_s = 46.9 \mu\text{m}$

## Forma da partícula (independente das dimensões das partículas)

Além do tamanho das partículas, a **forma das partículas** pode também ter impacto significativo sobre o desempenho e o processo de manuseamento de muitos materiais particulados.

### Partículas uniformes

Seja  $D$  a dimensão característica da partícula

### Superfície externa de cada partícula

$$S = aD^2$$

$a$  – parâmetro que depende da forma da partícula

$a = 6$  cubos;  $a = \pi$  para esferas,  $a > 6$  para partículas irregulares

### Volume da partícula

$$V = bD^3$$

$b$  – parâmetro que depende da forma da partícula

$b = 1$  partículas cúbicas

$b = \pi/6$  partículas esféricas

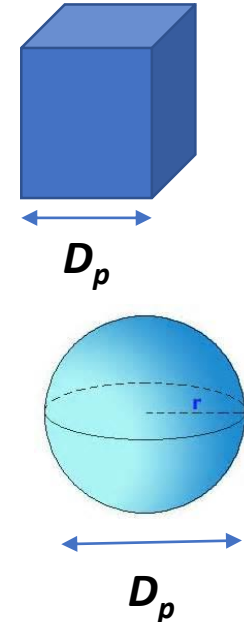
### Factor de forma da partícula ( $\lambda$ )

$$\lambda = \frac{a}{b}$$

$\lambda = 6$  para cubos e esferas

$\lambda > 6$  para partículas irregulares

$\lambda \approx 55$  partículas laminares



$$V_{esf} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\pi}{6} D^3$$

$$S_{esf} = 4\pi r^2 = \pi D^2$$

## Esfericidade

A forma de uma partícula pode ser expressa em termos de **esfericidade**  $\Phi_s$ , é útil para caracterizar a forma de partículas irregulares e não esféricas.

### (Independente das dimensões das partículas)

$$\Phi_s = \frac{6 V_p}{D_{eq} S_p} \quad (1)$$

Onde:

$D_{eq}$  = diâmetro equivalente ou nominal da partícula (m)

$S_p$  = área superficial de uma partícula (m<sup>2</sup>)

$V_p$  = volume de uma partícula (m<sup>3</sup>)

Logo :  $\Phi_s = 1$  para uma partícula esférica  
 $\Phi_s < 1$  para qualquer outra forma

$D_{eq}$  = diâmetro equivalente ou nominal da partícula = diâmetro de uma esfera de igual volume

$$D_{eq} = \sqrt[3]{V_p \frac{6}{\pi}}$$

Difícil de determinar  $S_p$  e  $V_p$  para materiais finamente granulados, assumir o  $D_{eq}$  como o valor nominal dado pela análise de crivagem

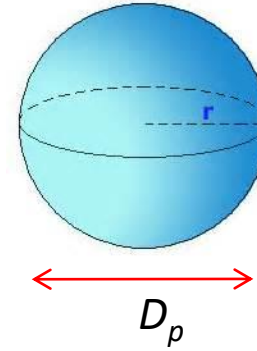
**- Esferas:**

$$\Phi_s = 1$$

$$\Phi_s = \frac{6 V_p}{D_{eq} S_p}$$

$$V_{esf} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi}{6} D^3$$

$$S_{esf} = 4\pi r^2 = \pi D^2$$

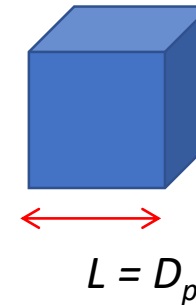
**- Cubo:**

Cubos e pequenos cilindros ( $L=D_p$ )

considera-se  $\Phi_s = 1$

$$\frac{S_p}{V_p} = \frac{6L^2}{L^3} = \frac{6}{L} \equiv \frac{6}{D_{eq}}$$

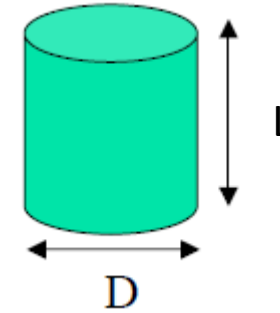
$$\Phi_{cubo} = \frac{6}{D_{eq}} \times \frac{D_{eq}}{6} = 1$$



- Cilindro:  $D = L$

$$\Phi_s = \frac{6 V_p}{D_{eq} S_p}$$

$$V_p = \pi \frac{D^2}{4} \times L = \frac{\pi D^3}{4}$$



$$D = L \rightarrow S_p = 2\pi \frac{D^2}{4} + \pi D^2 = \pi D^2 \left( \frac{2}{4} + 1 \right) = \frac{6}{4} \pi D^2$$

$$\frac{S_p}{V_p} = \frac{6\pi D^2 \times 4}{4 \times \pi D^3} = \frac{6}{D}$$

$$\Phi_{cilindro} = \frac{6}{D_{eq}} \times \frac{D_{eq}}{6} = 1$$



1. Determine o fator forma ( $\lambda$ ) e a esfericidade ( $\Phi$ ) de uma partícula com as seguintes dimensões:  
espessura = 0,5 mm; largura = 8 mm; comprimento = 14 mm.  
D = 8 mm (2ª maior dimensão)

## a) Fator forma ( $\lambda$ )

$$V = 8 \times 14 \times 0,5 = 56 \text{ mm}^3$$

$$V = b \times D^3 \rightarrow 56 = b \times 8^3 \rightarrow \mathbf{b = 0,11}$$

$$S = 2 \times (8 \times 0,5) + 2 \times (8 \times 14) + 2 \times (14 \times 0,5) = 246 \text{ mm}^2$$

$$S = a \times D^2 \rightarrow 246 = a \times 8^2 \rightarrow \mathbf{a = 3,84}$$

$$\lambda = \frac{a}{b} = \frac{3,84}{0,11} = \mathbf{34,9}$$

## b) Esfericidade ( $\Phi$ )

$$\Phi_s = \frac{6 V_p}{D_{eq} S_p}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{V_p \frac{6}{\pi}}$$

$$\Phi_s = \frac{6 V_p}{D_{eq} S_p} = \frac{6 \times 56}{4,74 \times 246} = \mathbf{0,29}$$

## 1.2 Mistura de partículas de diferentes dimensões e análise de dimensões

Numa amostra de partículas de  $D_p$  uniforme e volume  $V_p$ , será

$$V_p = \frac{m}{\rho_p} \quad \rightarrow \quad m = V_p \rho_p \quad (2)$$

$$V_p = bD^3$$

$m$  = massa da partícula

$\rho_p$  = massa específica

### Número de partículas

Dada uma massa ( $m$ ) de partículas, de densidade  $\rho_p$  e volume  $V_p$ , o **número total de partículas ( $N$ )** será:

$$N = \frac{\text{Massa amostra}}{\text{Massa de uma partícula}}$$

$$N = \frac{m}{V_p \rho_p} = \frac{m}{bD^3 \rho_p} \quad (3)$$



**A área superficial total será:** área total da superfície exposta.  
Depende do tamanho das partículas e da sua forma

$$S = NS_p = \frac{m}{V_p \rho_p} \times \frac{6V_p}{\Phi_s D_p} = \frac{6m}{\Phi_s D_p \rho_p} \quad (4)$$

$$N = \frac{m}{V_p \rho_p} = \frac{m}{bD^3 \rho_p}$$

$$\Phi_s = \frac{6V_p}{D_{eq} S_p} \rightarrow S_p = \frac{6V_p}{\Phi_s D_p}$$



No caso de misturas de partículas de **diferentes dimensões e massa específicas**, a mistura é separada em frações com dimensões aproximadamente iguais por **crivagem**,

**A crivagem** (peneiração) é uma operação unitária, que consiste na separação de partículas sólidas em fracções de granulometria diferente, por passagem através de peneiros ou crivos,

### Séries standard de crivos

Gama de dimensões: 76 mm – 38  $\mu\text{m}$


#### Crivos:

- Orifícios quadrados
- Cada crivo é identificado por “malhas por polegada” (mesh per inch)



 1-800-321-6188 (USA)  
1-800-325-5993 (Canada)



 1-800-321-6188 (USA)  
1-800-325-5993 (Canada)

© W.S. TYLER

## Série de Tyler:

O sistema Tyler é constituído por 14 peneiras e tem como base uma peneira de **200 malhas por polegada** (200 mesh), feita com fios de 0,053 mm de espessura, o que dá uma abertura livre de 0,074 mm.



Quando se passa de uma peneira para a imediatamente superior (ex. 200 mesh para a de 150 mesh), a **área da abertura** é multiplicada por dois e, portanto, o **lado da malha** é multiplicado por raiz quadrada de dois.

$$\sqrt{2} = 1,41$$

Para dimensões mais próximas há peneiros intermédios em que a razão é igual  $\sqrt[4]{2} = 1,189$

### Especificar a gama do incremento

Ex: 14/20  $\longrightarrow$  passa no crivo 14, mas fica retido no 20



**Tyler Mesh Size**

<i>Mesh</i>	<i>Abertura livre (mm)</i>	<i>Diâmetro do fio (mm)</i>
3	6,680	1,78
4	4,699	1,65
6	3,327	0,914
8	2,362	0,813
10	1,651	0,899
14	1,168	0,635
20	0,833	0,437
28	0,589	0,318
35	0,417	0,310
48	0,295	0,234
65	0,208	0,183
100	0,147	0,107
150	0,104	0,066
200	0,074	0,053
Panela	< 0,074	< 0,053

Quando se passa de uma peneira para a imediatamente superior (por exemplo da de 200 mesh para a de 150 mesh), a área da abertura é multiplicada por dois e, portanto, o lado da malha é multiplicado por  $\sqrt{2}=1,41$

$$0,074 \text{ mm} \times 1,41 = 0,104 \text{ mm}$$



## Apresentação dos Resultados da Análise Granulométrica

Os resultados da Análise granulométrica são registrados numa Tabela,

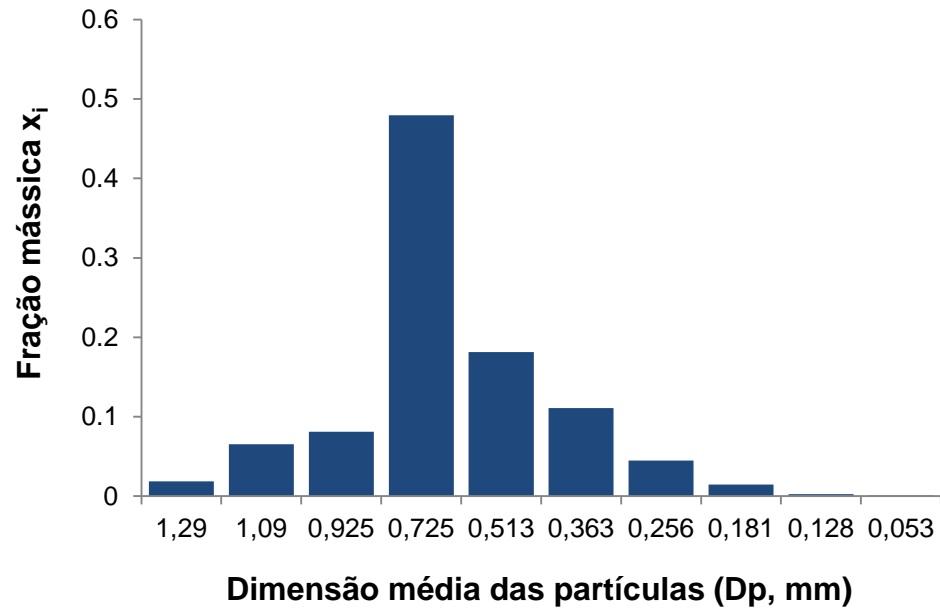
Mesh	Abertura da malha do crivo (mm)		Massa retida no crivo (g)	Fração mássica $x_i = \frac{m_i}{M}$	% de massa retida	Diâmetro médio das partículas (mm) $\bar{D}_{pi}$
14	1,400		0,000	0,00	0,00	
16	1,180	14/16	9,12	$9,12/491,00 = 0,0186$	1,86	$(1,400+1,180)/2 = 1,290$
18	1,000	16/18	32,12	0,065	6,54	1,090
20	0,850	18/20	39,82	0,081	8,11	0,925
30	0,600	20/30	235,42	0,480	47,95	0,725
40	0,425	30/40	89,14	0,180	18,15	0,513
50	0,300	40/50	54,42	0,110	11,08	0,363
70	0,212	50/70	22,02	0,045	4,48	0,256
100	0,150	70/100	7,22	0,015	1,47	0,181
140	0,106	100/140	1,22	0,0025	0,25	0,128
Pan	-	140/Pan	0,50	0,0011	0,11	0,053
<b>Total</b>			<b>491,00</b>	<b>1,00</b>	<b>100</b>	



## Apresentação dos Resultados da Análise Granulométrica

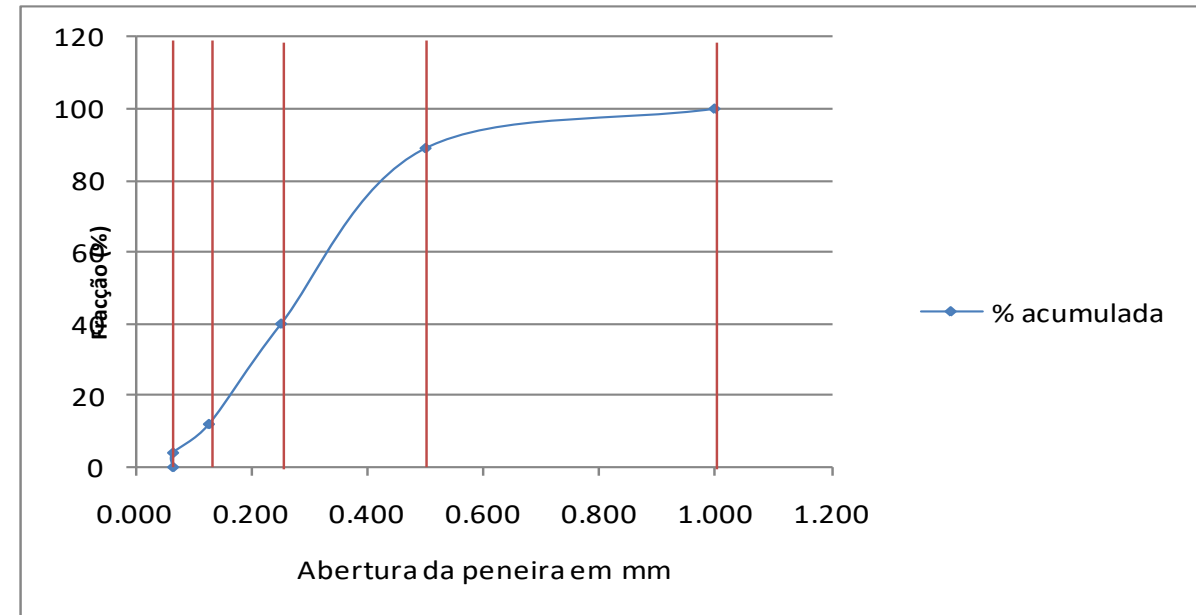
Os resultados da Análise Granulométrica são registrados numa Tabela, e representados graficamente na forma diferencial ou na forma acumulativa dos incrementos, retidos (grossos), ou que passam (finos).

### Análise diferencial



Os resultados aparecem como a fracção mássica em função do incremento em termos de variação de mesh dos crivos,

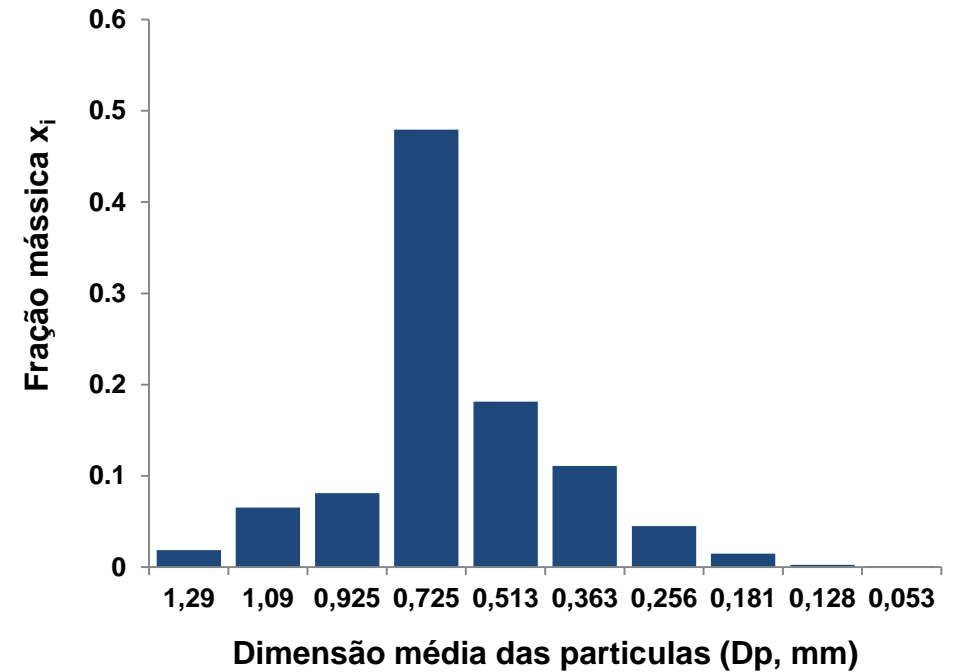
### Análise cumulativa



Curva obtida por adição dos incrementos individuais (começa-se pelas partículas menores), Corresponde à fracção mássica da amostra que contem partículas maiores do que  $D_p$ , (%)

**Análise diferencial**

Mesh	Diâmetro médio das partículas (mm) $D_{pi}$	Fração mássica retida, $x_i$
14/16	1,290	0,0186
16/18	1,090	0,0654
18/20	0,925	0,0811
20/30	0,725	0,4795
30/40	0,513	0,1815
40/50	0,363	0,1108
50/70	0,256	0,0448
70/100	0,181	0,0147
100/140	0,128	0,0025
pan	0,053	0,0011



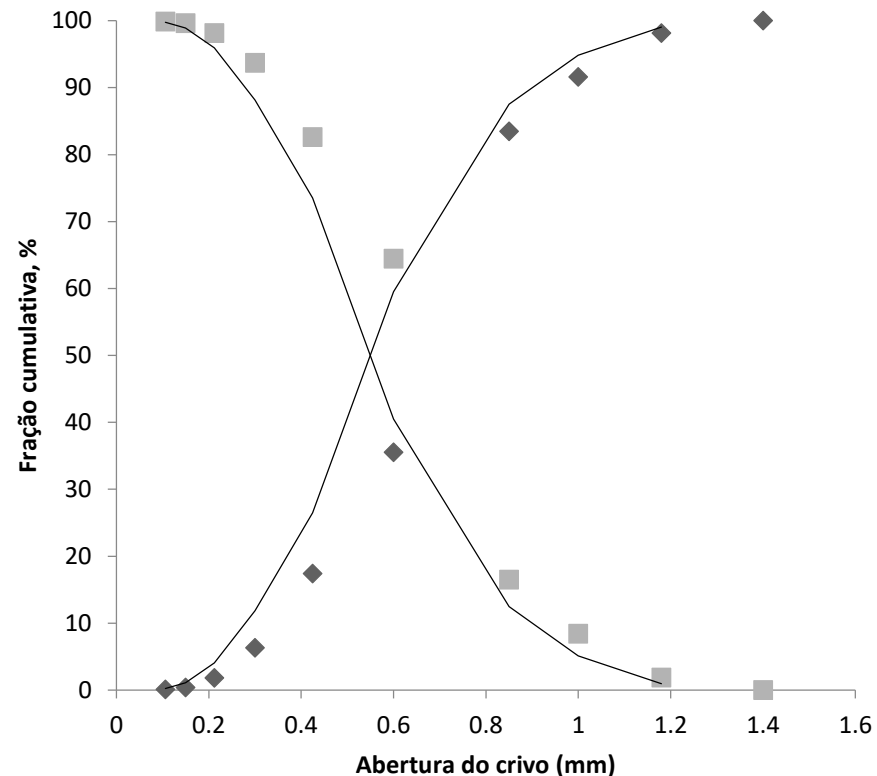
**Análise cumulativa**

Mesh	Abertura do crivo Dpi (mm)	Massa retida (g)	Massa retida (%)
14	1,400	0,000	0,00
16	1,180	9,12	1,86
18	1,000	32,12	6,54
20	0,850	39,82	8,11
30	0,600	235,42	47,95
40	0,425	89,14	18,15
50	0,300	54,42	11,08
70	0,212	22,02	4,48
100	0,150	7,22	1,47
140	0,106	1,22	0,25
Pan	-	0,50	0,11
Total		491,00	100

Mesh	Abertura do crivo, Dpi (mm)	Fracção cumulativa <Dpi	Fracção cumulativa >Dpi
14	1,400	100	0,00
16	1,180	98,14	1,86
18	1,000	91,60	8,40
20	0,850	83,49	16,51
30	0,600	35,54	64,46
40	0,425	17,39	82,61
50	0,300	6,31	93,69
70	0,212	1,83	98,17
100	0,150	0,36	99,64
140	0,106	0,11	99,89

**Análise cumulativa**

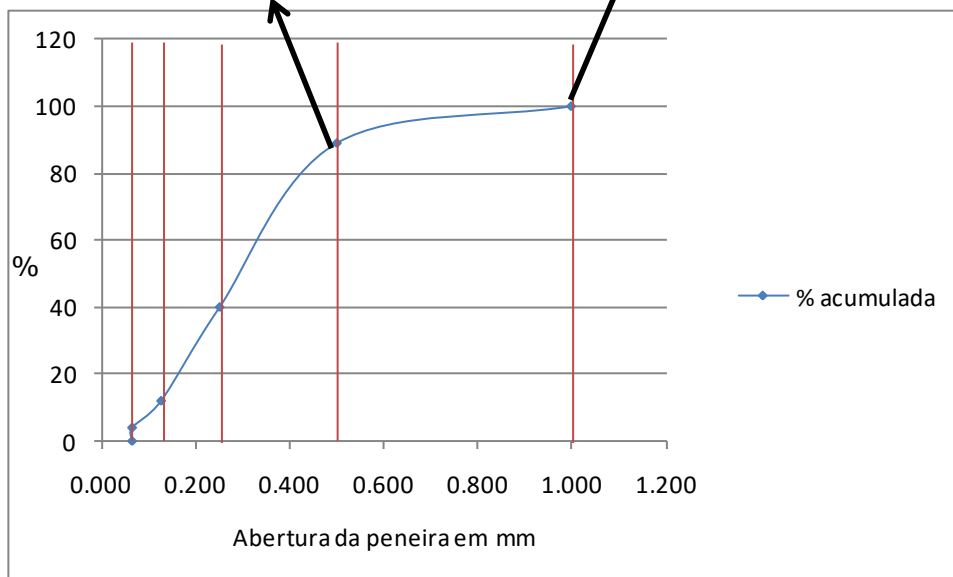
Mesh	Abertura do crivo Dpi (mm)	Massa retida (%)	Massa acumulada nos crivos inferiores (%)	Massa acumulada nos crivos superiores (%)
14	1,400	<b>0,00</b>	100	0,00
16	1,180	<b>1,86</b>	98	1,86
18	1,000	6,54	91	8,40
20	0,850	8,11	83	16,51
30	0,600	47,95	35	64,46
40	0,425	18,15	17	82,61
50	0,300	11,08	6,4	93,69
70	0,212	4,48	1,86	98,17
100	0,150	1,47	0,36	99,64
140	0,106	0,25	0,11	99,89
pan		0,11		



Abertura da malha do crivo (mm)	% massa retida	% massa acumulada nos crivos inferiores
1,000	0	100
0,500	11	89
0,250	49	40
0,125	28	12
0,063	8	4
0,063 (colector)	4	0

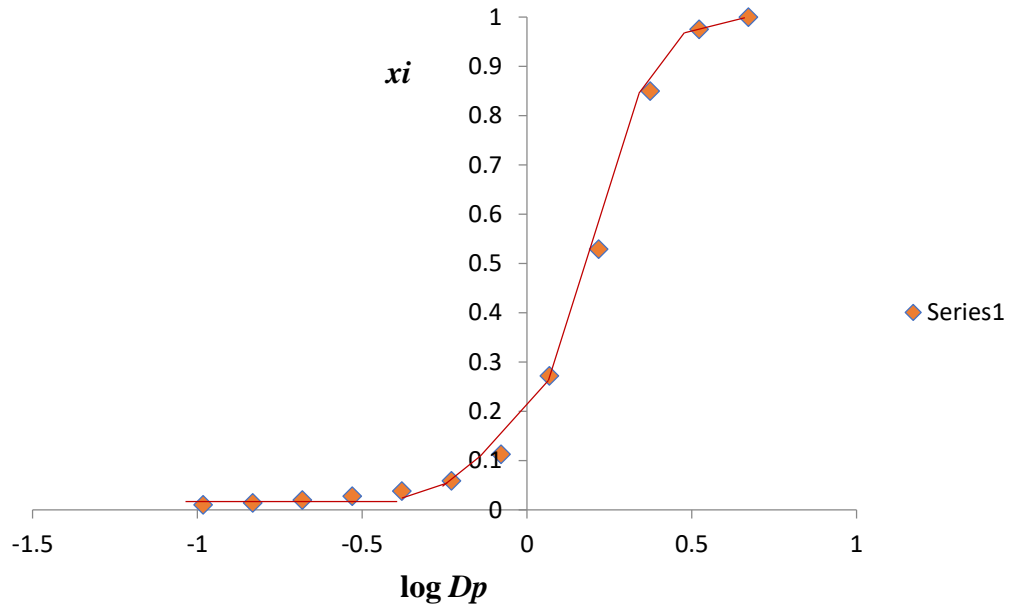
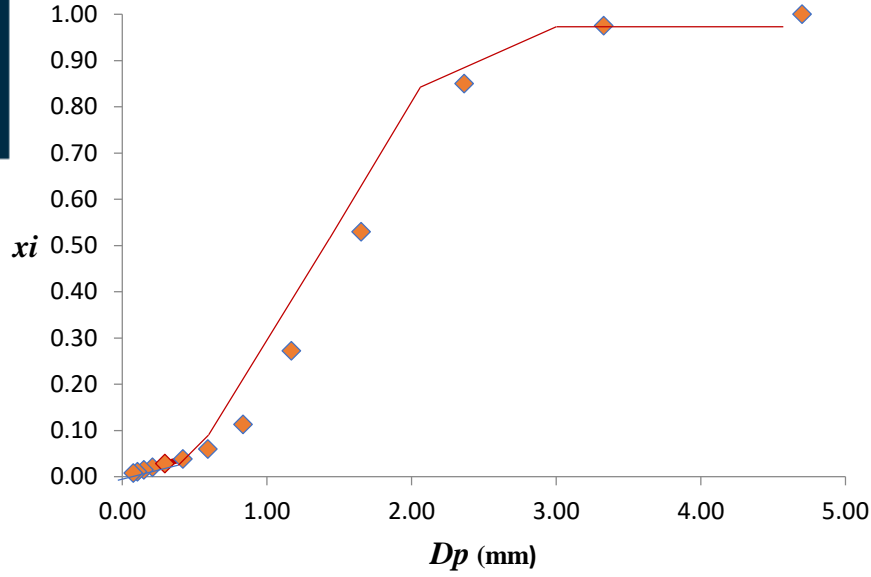
89% do material passou pelo crivo de 0,5mm

100% do material passou pelo crivo de 1,0mm



Curva obtida por adição dos incrementos individuais (começa-se pelas partículas menores)





Abertura do crivo Dpi (mm)	Log D	$\Sigma x_i$
4,699	0,672	1,00
3,327	0,522	0,9749
2,362	0,3733	0,8499
1,651	0,2177	0,5292
1,168	0,0674	0,2722
0,833	-0,0793	0,1132
0,589	-0,2299	0,0594
0,417	-0,3799	0,0384
0,295	-0,5302	0,0282
0,208	-0,6819	0,0205
0,147	-0,8327	0,0147
0,104	-0,9830	0,0106
0,074	-1,1308	0,0075

### 1.3. Análise de mistura de partículas de diferentes dimensões

#### 1) *Superfície específica de uma mistura* ( $S_W$ )

$$S = \frac{6m}{\Phi_s D_p \rho_p}$$

Considerando  $\Phi_s$  e  $\rho_p$  constantes

$$S_W = \frac{6x_1}{\Phi_s \rho_p \overline{D}_{p1}} + \frac{6x_2}{\Phi_s \rho_p \overline{D}_{p2}} + \dots + \frac{6x_n}{\Phi_s \rho_p \overline{D}_{pn}} \quad (5)$$

$$S_W = \frac{6}{\Phi_s \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\overline{D}_{pi}} \quad (6)$$

onde

$n$  – nº de incrementos;

$x_i$  = fração mássica num dado incremento;

$\overline{D}_{pi}$  = Diâmetro médio da partícula (a  $\equiv$  média aritmética da < e da > partícula no incremento)

## 2) *Dimensão média das partículas de uma mistura*

Várias definições:

$$S_W = NS_p = \frac{6m}{\Phi_s D_p \rho_p}$$

### 1) através do diâmetro médio volume-superfície ( $\bar{D}_s$ )

$$\bar{D}_s = \frac{6}{\Phi_s S_W \rho_p} \quad (7)$$

É talvez a definição mais utilizada e está relacionada com a área específica

Substituindo  $S_W$  na expressão temos:

$$\bar{D}_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \left( x_i / D_{pi} \right)} \quad (8)$$

## 2) através da média aritmética

$$\bar{D}_N = \frac{\sum_{i=1}^n (N_i \bar{D}_{pi})}{\sum_{i=1}^n N_i} = \frac{\sum_{i=1}^n (N_i \bar{D}_{pi})}{N_T} \quad (9)$$

$N_T$  = número total de partículas na amostra

3) através do diâmetro mássico ( $\bar{D}_W$ )

$$\bar{D}_W = \sum_{i=1}^n x_i \bar{D}_{pi} \quad (10)$$

4) Diâmetro volumétrico médio ( $\bar{D}_V$ )

$$\bar{D}_V = \left[ \frac{1}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}^3} \right)} \right]^{1/3} \quad (11)$$

### 3) *Número de partículas da mistura ( $N_w$ )*

A partir do nº de partículas de cada fracção  $\Rightarrow$

$$N_w = \sum_{i=1}^n N_i$$

forma da partícula, verifica-se que:

$$V_p = bD^3 \quad (12)$$

$b$  = factor forma do volume,  
independente do tamanho da  
partícula

e a partir da equação  $N = \frac{m}{V_p \rho_p}$  e a equação (12)

o número de partículas da mistura será:

$$N_w = \frac{1}{b \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\overline{D}_{pi}^3} \quad (13)$$

(partículas/g)

**Problema:**

1, Calcule o diâmetro médio superficial das partículas nas frações 8/10, 10/14, 14/20, 20/28, 28/35 e 35/48 do material cuja análise granulométrica está apresentada a seguir,

**Quadro 1,** Análise granulométrica diferencial de aveia

Mesh	Fração mássica $x_i$	Abertura do crivo $D_{pi}$ (mm)
4	0	4,699
6	0,0251	3,327
8	0,1250	2,362
10	0,3207	1,651
14	0,2570	1,168
20	0,1590	0,833
28	0,0538	0,589
35	0,0210	0,417
48	0,0102	0,295
65	0,0077	0,208
100	0,0058	0,147
150	0,0041	0,104
200	0,0031	0,074
-200	0,0075	< 0,074

$$\bar{D}_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \left( x_i / \bar{D}_{pi} \right)}$$

Valores a utilizar nos cálculos

Mesh	$x_i$	Diâmetro médio $\bar{D}_i$ (mm)
8/10	0,3207	$(2,362+1,651)/2 = 2,007$
10/14	0,2570	1,410
14/20	0,1590	1,001
20/28	0,0538	0,711
28/35	0,0210	0,503
35/48	0,0102	0,356

$$\bar{D}_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i / \bar{D}_{pi}}$$

$$\bar{D}_s = \frac{1}{\left( \frac{0,3207}{2,007} + \frac{0,2570}{1,410} + \frac{0,1590}{1,001} + \frac{0,0538}{0,711} + \frac{0,0210}{0,503} + \frac{0,0102}{0,356} \right)}$$

$$\bar{D}_s = 1,54 \text{ mm}$$

## Problema:

A partir dos dados duma análise granulométrica, calcular, para o material entre 4 e 20 mesh, os seguintes parâmetros:

- a superfície específica da mistura em  $\text{mm}^2/\text{g}$ , e o nº de partículas por grama,
- diâmetro volumétrico médio  $\bar{D}_v$ ;
- diâmetro médio volume-superfície  $\bar{D}_s$ ;
- diâmetro mássico  $D_w$ ;
- $N_i$  para o incremento 10/14
- qual a fracção do nº total de partículas presente no incremento 10/14?

Considere:

massa volúmica =  $2650 \text{ kg/m}^3$ ;

$b = 0,8$ ;

$\Phi_s = 0,571$

$$S_w = \frac{6}{\Phi_s \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}}$$

$$N_w = \frac{1}{b \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}^3}$$

$$\bar{D}_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_i / \bar{D}_{pi}}$$

$$D_w = \sum_{i=1}^n x_i \bar{D}_{pi}$$

$$D_v = \left[ \frac{1}{\sum_{i=1}^n \left( x_i / \bar{D}_{pi}^3 \right)} \right]^{1/3}$$

## Quadro análise granulométrica

Mesh	Abertura do crivo $D_{pi}$ (mm)	Massa retida (g)
4	4,699	0
6	3,327	12,55
8	2,362	62,50
10	1,651	160,35
14	1,168	128,50
20	0,833	79,50
28	0,589	26,90
35	0,417	10,50
48	0,295	5,10
65	0,208	3,85
100	0,147	2,90
150	0,104	2,05
200	0,074	1,55
colector	-	3,75



Valores e cálculos auxiliares,

Mesh	Abertura do crivo D <sub>pi</sub> (mm)	Massa retida (g)	Fracção mássica retida (x <sub>i</sub> )	Diâmetro médio ( $\overline{D_{pi}}$ , mm) da partícula retida
4	4,699	0	0	
6	3,327	12,55	0,0251	$(4,699+3,327)/2 = 4,013$
8	2,362	62,50	0,125	2,845
10	1,651	160,35	0,3207	2,007
14	1,168	128,50	0,2570	1,409
20	0,833	79,50	0,1590	1,001

$$\rho_p = 2650 \text{ kg/m}^3 = 0,002650\text{g/mm}^3$$

## Cálculos auxiliares,

Incremento	$x_i / \overline{D_{pi}}$	$x_i / (\overline{D_{pi}})^3$
4/6	0,0063	0,0004
6/8	0,0439	0,0054
8/10	0,1598	0,0397
10/14	0,1824	0,0919
14/20	0,1588	0,1585
$\Sigma$	$\Sigma=0,5512$	$\Sigma=0,2959$

$$\rho_p = 2650 \text{ kg/m}^3 = 0,002650 \text{ g/mm}^3$$

$$b = 0,8$$

$$\Phi_s = 0,571$$

a) A superfície específica da mistura em  $\text{mm}^2/\text{g}$ , e o nº de partículas por grama

$$A_W = \frac{6}{\Phi_s \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\overline{D_{pi}}}$$

$$A_W = 3965 \times 0,5512 = 2185,5 \text{ mm}^2/\text{g}$$

$$N_W = \frac{1}{b \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\overline{D_p^3}}$$

$$N_W = 139,5 \text{ partículas /g} \approx 140 \text{ part/g}$$

- a)  $\bar{D}_v$ ;  
 b)  $\bar{D}_s$ ;  
 c)  $\bar{D}_w$ ;

Incremento	$x_i / \bar{D}_{pi}$	$x_i / (\bar{D}_{pi})^3$
4/6	0,0063	0,0004
6/8	0,0439	0,0054
8/10	0,1598	0,0397
10/14	0,1824	0,0919
14/20	0,1588	0,1585
$\Sigma$	$\Sigma=0,5512$	$\Sigma=0,2959$

$$\bar{D}_v = \left[ \frac{1}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}^3} \right)} \right]^{1/3} = \left( \frac{1}{0,2959} \right)^{1/3} = 1,5mm$$

$$\bar{D}_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\bar{D}_{pi}} \right)} = \frac{1}{0,5512} = 1,81mm$$

$$\bar{D}_w = \sum_{i=1}^n x_i \bar{D}_{pi} = 0,1007 + 0,3556 + 0,6436 + 0,3621 + 0,1591 = 1,62mm$$

- a) Ni para o incremento 10/14
- f) Qual a fracção do nº total de partículas presente no incremento 10/14?

$$N_{10/14} = \frac{1}{0,8 \times 2,65 \times 10^{-3}} 0,0919 = 43,3$$

$$\frac{N_{10/14}}{N_w} = \frac{43,3}{139,5} = 0,31$$

31 % das partículas retidas, com dimensões superiores a 1,168 mm, têm dimensão média de 1,409 mm e ficaram retidas no crivo 14 e passaram no crivo 10

Incremento	$x_i / \overline{D_{pi}}$	$x_i / (\overline{D_{pi}})^3$
4/6	0,0063	0,0004
6/8	0,0439	0,0054
8/10	0,1598	0,0397
10/14	0,1824	0,0919
14/20	0,1588	0,1585
$\Sigma$	$\Sigma=0,5512$	$\Sigma=0,2959$

$$N_w = \frac{1}{b \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\overline{D_p}^3}$$

$$\rho_p = 2650 \text{ kg/m}^3 = 0,002650 \text{ g/mm}^3$$

$$b = 0,8$$

Vinte gramas de uma amostra de café solúvel, com partículas esféricas de densidade =  $1,5 \text{ g/cm}^3$ , foram submetidas à uma análise granulométrica, obteve-se os seguintes resultados :

Mesh	Massa retida (g)	Abertura do crivo Dpi (mm)
35	0	0,417
48	0	0,295
65	11,2	0,208
100	6	0,147
200	2	0,074
fundo	0.8	< 0,074

Determine o número de partículas e a superfície específica total da amostra

Mesh	Massa retida (g)	Diâmetro médio D <sub>pi</sub> (mm)
35/38	0,0	0,356
48/65	0,56	0,252
65/100	0,30	0,178
100/200	0,10	0,111
200/fundo	0.04	0,056
Σ	1.0	

$$N_w = \frac{1}{b \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{D_p^3}$$

$$A_w = \frac{6}{\Phi_s \rho_p} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{D_{pi}}$$

**Problema :**

Resultados de uma amostra

Mesh	Abertura do crivo Dpi (mm)	Massa retida (g)
4	4,699	0
6	3,327	12,55
8	2,362	62,50
10	1,651	160,35
14	1,168	128,50
20	0,833	79,50
28	0,589	26,90
35	0,417	10,50
48	0,295	5,10
65	0,208	3,85
100	0,147	2,90
150	0,104	2,05
200	0,074	1,55
colector	-	3,75

1) Fazer o histograma relativa à análise diferencial directa para a gama de dimensões dos incrementos,

2) Representar graficamente a análise cumulativa das dimensões das partículas presentes dos seguintes modos :

(a) Fracção cumulativa em função do  $D_p$

(b) Fracção cumulativa em função do  $\log D_p$

## Resolução

<b>Mesh</b>	<b>Abertura do crivo Dpi (mm)</b>	<b>Massa retida (g)</b>	<b>Fracção mássica retida (xi)</b>	<b>Fracção cumulativa &lt;Dpi</b>
<b>4</b>	<b>4,699</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1,000</b>
<b>6</b>	<b>3,327</b>	<b>12,55</b>	<b>0,0251</b>	<b>0,9749</b>
<b>8</b>	<b>2,362</b>	<b>62,50</b>	<b>0,125</b>	<b>0,8499</b>
<b>10</b>	<b>1,651</b>	<b>160,35</b>	<b>0,3207</b>	<b>0,5292</b>
<b>14</b>	<b>1,168</b>	<b>128,50</b>	<b>0,2570</b>	<b>0,2722</b>
<b>20</b>	<b>0,833</b>	<b>79,50</b>	<b>0,1590</b>	<b>0,1132</b>
<b>28</b>	<b>0,589</b>	<b>26,90</b>	<b>0,0538</b>	<b>0,0594</b>
<b>35</b>	<b>0,417</b>	<b>10,50</b>	<b>0,0210</b>	<b>0,0384</b>
<b>48</b>	<b>0,295</b>	<b>5,10</b>	<b>0,0102</b>	<b>0,0282</b>
<b>65</b>	<b>0,208</b>	<b>3,85</b>	<b>0,0077</b>	<b>0,0205</b>
<b>100</b>	<b>0,147</b>	<b>2,90</b>	<b>0,0058</b>	<b>0,0147</b>
<b>150</b>	<b>0,104</b>	<b>2,05</b>	<b>0,0041</b>	<b>0,0106</b>
<b>200</b>	<b>0,074</b>	<b>1,55</b>	<b>0,0031</b>	<b>0,0075</b>
<b>colector</b>	<b>-</b>	<b>3,75</b>	<b>0,0075</b>	<b>0,0000</b>



## Análise diferencial

Representação directa dos dados do quadro

